

第6問

答 4,213,597

解法1

人数がひとり増えるときのようすを調べる

		グループの数 j (ひとりぼっちも1グループと数える)											合計		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		12	
人 の 数 i	1	1													1
	2	1	1												2
	3	1	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
	4	1	7	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15
	5	1	15	25	10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	52
	6	1	31	90	65	15	1	0	0	0	0	0	0	0	203
	7	1	63	301	350	140	21	1	0	0	0	0	0	0	877
	8	1	127	966	1,701	1,050	266	28	1	0	0	0	0	0	4,140
	9	1	255	3,025	7,770	6,951	2,646	462	36	1	0	0	0	0	21,147
	10	1	511	9,330	34,105	42,525	22,827	5,880	750	45	1	0	0	0	115,975
	11	1	1,023	28,501	145,750	246,730	179,487	63,987	11,880	1,155	55	1	0	0	678,570
	12	1	2,047	86,526	611,501	1,379,400	1,323,652	627,396	159,027	22,275	1,705	66	1	0	4,213,597

漸化式

$$a(i,j) = a(i-1, j-1) + j * a(i-1, j)$$

例

6人いるところに遅れて1人参加し、グループが4つできるようす

- (1) 6人3グループのどれにも加わらない場合
- (2) 6人4グループのどれかに加わる場合

90
65x4= 260
計 350

解法2

特定の人物Xが何人のグループに所属するかで場合わけする

		Xさんが所属するグループの人数 k											合計			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		12		
人 の 数 i	1	1														1
	2	1	1													2
	3	2	2	1												5
	4	5	6	3	1											15
	5	15	20	12	4	1										52
	6	52	75	50	20	5	1									203
	7	203	312	225	100	30	6	1								877
	8	877	1,421	1,092	525	175	42	7	1							4,140
	9	4,140	7,016	5,684	2,912	1,050	280	56	8	1						21,147
	10	21,147	37,260	31,572	17,052	6,552	1,890	420	72	9	1					115,975
	11	115,975	211,470	186,300	105,240	42,630	13,104	3,150	600	90	10	1				678,570
	12	678,570	1,275,725	1,163,085	683,100	289,410	93,786	24,024	4,950	825	110	11	1			4,213,597

漸化式 $a(i) = (i-1)C(k-1) * a(i-k-1)$ (k=1,2,3,..,i)

例 全部で7人、Xさんが4人のグループに属する場合

Xさんの仲間の選び方 : $6C3 = 20$

残り3人の分かれ方 : $a(3) = 5$

$20 \times 5 = 100$